



Unidad Algebra II.2: Funciones lineales de dos variables y la regresión lineal
Matemáticas
5 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)

Resumen de la Unidad:

En esta unidad, el estudiante aprenderá ecuaciones lineales e inecuaciones, sistemas de ecuaciones e inecuaciones lineales y la línea de mejor ajuste. Interpretará la pendiente en contexto y en variación directa e inversa.

Preguntas Esenciales (PE) y Comprensión Duradera (CD)

PE1 ¿De qué manera se representan las funciones y las relaciones?

CD1 Las relaciones y las funciones pueden ser representadas gráficamente, numéricamente, algebraicamente, y en forma escrita.

PE2 ¿Cómo se comparan los métodos gráficos y algebraicos en la resolución de ecuaciones?

CD2 Las relaciones entre cantidades derivadas de contextos se pueden interpretar y representar usando ecuaciones, inecuaciones, y sistemas de ecuaciones e inecuaciones.

PE3 ¿De qué manera un conjunto de puntos dispersos en una gráfica representan una importante relación de datos reales?

CD3 Una función que modela una situación del mundo real se puede usar para hacer estimados o predicciones sobre futuras eventos.

Objetivos de Transferencia (T) y Adquisición (A)

T1. Al final de esta unidad el estudiante podrá usar ecuaciones e inecuaciones lineales para modelar y analizar aplicaciones en el mundo real y relaciones cuantitativas.

El estudiante adquiere destrezas para...

A1. Interpretar la pendiente (razón de cambio) y el punto de corte (término constante) de un modelo lineal según el contexto de los datos.

A2. Utilizar el método gráfico, sustitución y eliminación para un sistema 2×2 o mayor y los clasifica en sistemas: consistente - independiente, consistente – dependiente, e inconsistente.

A3. Reconocer que la gráfica de una ecuación de dos variables es el conjunto de todas sus soluciones ubicadas en el plano de coordenadas.

A4. Interpretar los parámetros de una función lineal o exponencial en términos de un contexto.

A5. Modelar y resolver problemas al usar variación directa, inversa y combinada.

A6. Graficar funciones lineales y cuadráticas, indicar los puntos de intersección, el valor máximo y/o el valor mínimo.

Los Estándares de Puerto Rico (PRCS)

Estándar de Numeración y Operación



Unidad Algebra II.2: Funciones lineales de dos variables y la regresión lineal
Matemáticas
5 semanas de instrucción

(+)ES.N.8.1	Usa matrices para representar y manipular datos (ejemplo: Para representar pagos o relaciones de incidencia en una red).
(+)ES.N.8.2	Multiplica matrices por escalares para producir nuevas matrices (ejemplo: Cuando se duplican los pagos en un juego).
(+)ES.N.8.3	Suma, resta y multiplica matrices de dimensiones apropiadas.
Estándar de Álgebra	
ES.A.14.1	Representa restricciones mediante ecuaciones o inecuaciones, mediante sistemas de ecuaciones y/o inecuaciones, e interpreta las soluciones como opciones viables o no viables en el contexto de hacer un modelo (ejemplo: Representar inecuaciones al describir restricciones nutricionales y de costos, en combinaciones de diferentes alimentos).
ES.A.17.1	Utiliza método gráfico, sustitución y eliminación para un sistema 2 x 2 o mayor y lo clasifica en sistema: consistente - independiente, consistente – dependiente, e inconsistente.
(+) ES.A.17.5	Resuelve sistema de ecuaciones al utilizar el método de Gauss Jordan y la regla de Cramer.
ES.A.18.1	Reconoce que la gráfica de una ecuación de dos variables es el conjunto de todas sus soluciones ubicadas en el plano de coordenadas, lo cual frecuentemente da una curva (que podría ser una recta).
ES.A.18.3	Grafica las soluciones de una desigualdad lineal de dos variables como un semiplano [excluye el límite (borde o frontera) en el caso de una desigualdad estricta] y grafica el conjunto de soluciones para un sistema de desigualdades lineales de dos variables como la intersección de los correspondientes semiplanos.
Estándar de Funciones	
ES.F.22.5	Interpreta los parámetros de una función lineal o exponencial en términos de un contexto.
ES.F.23.3	Modela y resuelve problemas al usar variación directa, inversa y combinada.
ES.F.23.4	Modela situaciones al elaborar ecuaciones e inecuaciones basadas en funciones racionales. Utiliza una variedad de métodos para resolver ecuaciones e inecuaciones e interpreta las soluciones en términos del contexto.
ES.F.27.1	Construye funciones lineales incluye sucesiones aritméticas y geométricas, dada una gráfica, una descripción de la relación, o dos pares de entradas y salidas para resolver problemas (incluye leer estas en una tabla).



Unidad Algebra II.2: Funciones lineales de dos variables y la regresión lineal
Matemáticas
5 semanas de instrucción

Estándar de Análisis de Datos y Probabilidad	
ES.E.44.1	Interpreta la inclinación (razón de cambio) y el punto de corte (término constante) de un modelo lineal según el contexto de los datos.
ES.E.44.2	Distingue entre correlación y causalidad. <ul style="list-style-type: none">• Determina la correlación entre dos variables numéricas con o sin tecnología.
ES.E.44.5	Examina la influencia de los valores extremos en la correlación y en los modelos de tendencias. Investiga y describe los efectos de los valores extremos en el coeficiente de correlación, la pendiente y los interceptos de la línea de regresión.
Procesos y Competencias Fundamentales de Matemáticas (PM)	
PM1	Comprende problemas a medida que desarrolla su capacidad para resolverlos con confianza.
PM2	Razona de manera concreta y semiconcreta, hasta alcanzar la abstracción cuantitativa.
PM3	Construye y defiende argumentos viables, así como comprende y critica los argumentos y el razonamiento de otros.
PM4	Utiliza las matemáticas para resolver problemas cotidianos.
PM5	Utiliza las herramientas apropiadas y necesarias (incluye la tecnología) para resolver problemas en diferentes contextos.
PM6	Es preciso en su propio razonamiento y en discusiones con otros.
PM7	Discierne y usa patrones o estructuras.
PM8	Identifica y expresa regularidad en los razonamientos repetidos.



Unidad Algebra II.2: Funciones lineales de dos variables y la regresión lineal
Matemáticas
5 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominio y Destrezas (El estudiante podrá...)	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
<p>PRCS: ES.A.14.1 ES.A.18.1 ES.F.23.3 ES.F.23.4 ES.E.44.1</p> <p>PM: PM1 PM2 PM3 PM4 PM5 PM6 PM7 PM8</p> <p>PE/CD: PE1/CD1 PE3/CD3</p> <p>T/A: T1/A1/A3/A4/ A5/A6</p>	<p>Los ecuaciones lineales</p> <ul style="list-style-type: none"> Cómo determinar e interpretar el concepto pendiente de una recta. Cómo determinar la ecuación de una recta. Cómo aplicar el concepto pendiente para rectas paralelas o perpendiculares Cómo aplicar los modelos de variación en la solución de problemas en contexto. 	<p>Representación Modelos matemáticos Cambio</p> <ul style="list-style-type: none"> Determinar la pendiente de una recta. Interpretar la pendiente de una recta en contexto. Aplicar el concepto pendiente para los casos de rectas paralelas o perpendiculares. Determinar el modelo de variación apropiado para resolver una situación. 	<p><i>Para obtener descripciones completas, favor de ver la sección "Tareas de desempeño" al final de este mapa.</i></p> <p>Tarea de la Escalera</p> <ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes diseñarán una escalera a la medida para un hogar, usando su conocimiento de ecuaciones y pendiente. Ellos deben tener el conocimiento previo de cómo graficar líneas e inecuaciones lineales. (ver anejo: "AL.2 Tarea de desempeño- Tarea de la escalera") <p>Problema Rectangular</p> <ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes determinarán si las dimensiones de un rectángulo son una variación directa o 	<p>Preguntas de ejemplo para tarea o prueba corta</p> <ul style="list-style-type: none"> Entregue a los estudiantes el siguiente problema: Barry renta bicicletas en la playa a los turistas de San Juan. Él cobra \$25 por rentar la bicicleta y luego \$10 por hora de paseo. Demuestre con una ecuación, tabla, y una gráfica de qué manera Barry puede determinar cuánto dinero el gana. Una vez que los estudiantes han finalizado, discuta con todo el grupo que representa el término de la constante en la ecuación y que significa para Barry la razón de cambio (pendiente). <p>Diario de matemáticas (preguntas de ejemplo)</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica la diferencia entre dominio y rango. En la siguiente ecuación, identifica el término constante y el coeficiente $y = 3x + 4$. Compara y contrasta la variación directa e inversa. <p>Papelito de entrada (ejemplos rápidos) Use la información para orientar la clase del día.</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica una idea que recuerdes de la clase anterior. Nombra una idea que no comprendiste de la tarea para hoy. 	<p><i>Para obtener descripciones completas, ver las secciones "Actividades de aprendizaje" y "Ejemplos para planes de la lección" al final de este mapa.</i></p> <p>Marca el punto X</p> <ul style="list-style-type: none"> En esta actividad de recolección de datos, los estudiantes experimentaran poniendo manos a la obra la introducción a las variaciones directas. (ver abajo)



Unidad Algebra II.2: Funciones lineales de dos variables y la regresión lineal
Matemáticas
5 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominio y Destrezas <i>(El estudiante podrá...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
Vocabulario de Contenido					
<ul style="list-style-type: none"> • Expresión • Ecuación lineal • Producto • Fórmula de pendiente 	<ul style="list-style-type: none"> • Elemento • Variación directa • Variación inversa • Lineal • No lineal • Razón de cambio 				



Unidad Algebra II.2: Funciones lineales de dos variables y la regresión lineal
Matemáticas
5 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)																		
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominio y Destrezas (El estudiante podrá...)	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección																		
<p>PRCS: ES.E.44.1 ES.E.44.5 ES.E.44.2 (+)ES.N.8.1 (+)ES.N.8.2 (+)ES.N.8.3 ES.A.14.1 ES.A.17.1 (+)ES.A.17.5 ES.A.18.3 ES.F.22.5 ES.F.27.1</p> <p>PM: PM1 PM2 PM3 PM4 PM5 PM6 PM7 PM8</p> <p>PE/CD: PE2/CD2 PE3/CD3</p>	<p>Regresión y sistema de ecuaciones e inecuaciones lineales y función lineal</p> <ul style="list-style-type: none"> Cómo reconocer cuando una correlación es positiva, negativa o ninguna en un diagrama de dispersión. Cómo evaluar las fortalezas y debilidades del coeficiente de la correlación como una medida de asociación lineal. Cómo interpretar los efectos de los valores extremos en el coeficiente de correlación, pendiente y la intersección de la regresión lineal. Cómo determinar la línea de mejor ajuste y la ecuación de regresión lineal. 	<p>Cambio Inferencia y predicción Representación Sentido numérico Operaciones y estimados Patrones, relaciones y funciones Modelos matemáticos</p> <ul style="list-style-type: none"> Determinar la correlación entre dos variables numéricas utilizando la tecnología. Interpretar y describir la correlación y señalar las fortalezas y debilidades del coeficiente como medida de asociación lineal. Calcular y trazar 	<p>Laboratorio Hula Hoop</p> <ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes recolectarán datos de la clase y encontrarán la línea de mejor ajuste. (ver abajo) <p>Servicio Telefónico</p> <ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes crearán un folleto anunciando tarifas telefónicas. También les explicarán a los clientes cuál es el mejor plan para cada uno de ellos. (ver anejo: “AL.2 Tarea de desempeño- Servicio Telefónico”) <p>RFT</p> <ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes demostrarán su comprensión de cómo representar con gráficas los sistemas de ecuaciones para que se apliquen a problemas de 	<p>Preguntas de ejemplo para tarea o prueba corta</p> <p>1. La tabla de abajo</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>IQ (x)</th> <th>Hrs. de TV</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>105</td><td>11</td></tr> <tr><td>125</td><td>7</td></tr> <tr><td>135</td><td>6</td></tr> <tr><td>100</td><td>13</td></tr> <tr><td>115</td><td>15</td></tr> <tr><td>130</td><td>8</td></tr> <tr><td>140</td><td>2</td></tr> <tr><td>100</td><td>14</td></tr> </tbody> </table> <p>muestra el IQ de 8 estudiantes de último año y el número de horas de TV que cada uno ve por semana.</p> <ol style="list-style-type: none"> Encuentre la ecuación de regresión lineal para estos datos. Redondee la pendiente y las intersecciones-y a la milésima más cercana. Encuentre el coeficiente de correlación. Cuántas hora de TV por semana se predeciría que vería un estudiante con un IQ de 120? (Redondee a la hora más cercana). <p><i>Diario de matemáticas (preguntas de ejemplo)</i></p>	IQ (x)	Hrs. de TV	105	11	125	7	135	6	100	13	115	15	130	8	140	2	100	14	<p>Correlación o Causalidad</p> <ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes revisarán diferentes escenarios para determinar si hay una correlación positiva, negativa o de cero (ver abajo). <p>Valores Extremos</p> <ul style="list-style-type: none"> En esta actividad, se le presenta a los estudiantes conjuntos de datos que incluyen valores extremos. Ellos identificarán si hay valores que parezcan no encajan con el resto de los datos. (ver abajo) Provéeles a los estudiantes un par de ecuaciones lineales que se intersecan (p. ej., $y = 2x + 8$, $y = 3x + 5$) y pídeles que enumeren los pares coordenados de cada ecuación comenzando por $x = 0$ y que continúen hasta encontrar el par coordenado que satisfaga ambas ecuaciones. Divide a los estudiantes en parejas para que identifiquen el número de soluciones usando $y = -x + 2$, así como cada una de las siguientes ecuaciones: $y = (\frac{1}{2})x - 5$, $y = 2x + 2$, $x + 2y = 17$, $y = 2x$. Modelo Frayer: Utiliza el Modelo Frayer para identificar y comparar la no solución, una solución y muchas soluciones a sistemas de ecuaciones. Pídeles a los estudiantes que
IQ (x)	Hrs. de TV																						
105	11																						
125	7																						
135	6																						
100	13																						
115	15																						
130	8																						
140	2																						
100	14																						



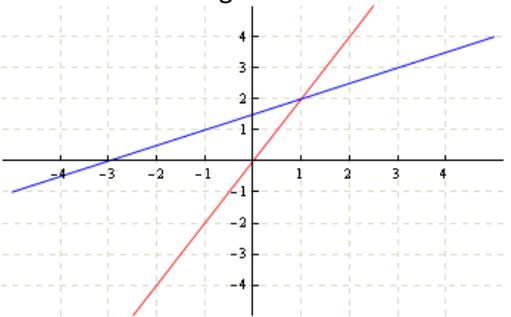
Unidad Algebra II.2: Funciones lineales de dos variables y la regresión lineal
Matemáticas
5 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominio y Destrezas (El estudiante podrá...)	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
T/A: T1/A2	<ul style="list-style-type: none"> El razonamiento utilizado para resolver un sistema de ecuaciones lineales. La naturaleza de las soluciones (no tiene solución, una solución, infinitas soluciones). El (Los) tipo(s) de problema(s) que puede(n) representarse con un sistema de ecuaciones e inecuaciones lineales. Describe las características de funciones lineales y aplica en situaciones de la vida diaria Traza la gráfica de funciones lineales Cómo identifica e interpreta el dominio, alcance y los interceptos en los ejes, 	<p>la gráfica de la línea de regresión; juzgar el ajuste del modelo lineal.</p> <ul style="list-style-type: none"> Investigar y describir los efectos de los valores extremos en el coeficiente de correlación, la pendiente y los interceptos de la línea de regresión. Analizar y explicar el razonamiento utilizado para resolver un sistema de ecuaciones lineales. Resolver un sistema que consiste en dos 	<p>la vida diaria utilizando la Respuesta Física Total (RFT), un movimiento corporal con el que se demuestra entendimiento. Con un compañero, actuarán la siguiente situación y luego la explicarán (lo que sigue es solo un ejemplo; cada pareja de estudiantes debe usar diferentes situaciones que se sirvan de este ejemplo como modelo) (ver anejo RFT).</p> <p><i>Perdido en alta mar: ¿Puedes salvar al buzo?</i>¹</p> <ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes demostrarán su comprensión de los sistemas de ecuaciones para salvar a un buzo en la siguiente actividad. 	<ul style="list-style-type: none"> En sus propias palabras, ¿Qué es la regresión lineal? ¿Qué nos dice la regresión lineal? ¿Qué tan diferente es el coeficiente lineal a la media, moda o la mediana de una variable? ¿Cómo haces predicciones basándote en una gráfica de puntos dispersa? Al estimar puntos de datos perdidos usando la interpolación lineal en un diagrama de dispersión, ¿Qué supuestos se están haciendo? ¿Cuáles son las consecuencias al hacer esos supuestos? <p><i>Papelito de entrada (ejemplos rápidos)</i> Use la información para orientar la clase del día.</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica una idea que recuerdes de la clase anterior. Nombra una idea que no comprendiste de la tarea para hoy. Explica que fue difícil (o fácil) de la tarea asignada para hoy. <p><i>Papelito de salida (ejemplos rápidos)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> En la clase de hoy aprendí _____. Hoy estuve confundido con _____. 	<p>completan el modelo por cada palabra o encuentren la palabra a partir de su definición, características, ejemplos y no ejemplos. Para ejemplos y plantillas, ver anejo: Organizador–Modelo Frayer.</p> <ul style="list-style-type: none"> Repártele una tarjeta a cada estudiante. La tarjeta debe contener un sistema de ecuaciones (p. ej., $y = 4.5x - 6$, $y = -2x + 3$) al igual que la gráfica de palabras, tabla o sustitución. Repártele una tarjeta a cada estudiante. Pídeles que resuelvan el sistema de ecuaciones usando el acercamiento que aparece escrito en la tarjeta. Haz que los estudiantes formen grupos con los que tengan el mismo sistema de ecuaciones, pero acercamientos diferentes, y discutan los puntos fuertes y débiles de cada acercamiento. <p><i>(+)Matrices Elementales</i></p> <ul style="list-style-type: none"> En esta lección se le enseñará a los estudiantes el concepto de matrices. <p><i>Inecuaciones Lineales</i></p> <ul style="list-style-type: none"> En esta actividad, los estudiantes resolverán inecuaciones lineales y graficarán su solución en el plano cartesiano. (ver abajo)

¹ Fuente: http://ims.ode.state.oh.us/ODE/IMS/Lessons/Content/CMA_LP_S04_BH_L08_I10_01.pdf



Unidad Algebra II.2: Funciones lineales de dos variables y la regresión lineal
Matemáticas
5 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominio y Destrezas (El estudiante podrá...)	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
	<p>especialmente donde existen restricciones.</p> <ul style="list-style-type: none"> Aplica funciones lineales para la solución de problemas 	<p>ecuaciones lineales en dos variables usando gráficas, tablas, métodos simbólicos y tecnología.</p> <ul style="list-style-type: none"> Describir la naturaleza de las soluciones (no tiene solución; una solución; infinitas soluciones). Relacionar este método con métodos gráficos. Resolver un sistema de inecuaciones lineales en dos variables y trazar la gráfica de la solución. Reconocer y resolver problemas que 	<p>Pueden usarse múltiples estrategias para llegar a la respuesta. Al final, los estudiantes presentarán su estrategia y hallazgos ante la clase (ver anejo: Perdido en alta mar).</p> <p>Representaciones (individual)</p> <ul style="list-style-type: none"> Dé a los estudiantes la función $f(x) = 10x + 15$. Pídeles que hagan lo siguiente: <ol style="list-style-type: none"> Escribe una representación verbal (historia) para representar esta función. Representa la función gráficamente. Representa la función en forma de tabla. <p>Evalúe a los estudiantes según la precisión de</p>	<p>Ejemplos de preguntas para quiz/examen (Ver anejo: 9.2 Otra evidencia – Preguntas de prueba.)</p> <ol style="list-style-type: none"> Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones por medio de gráficas: <ol style="list-style-type: none"> $Y = 2x + 3$ $Y = 0.5x + 1$ $Y = 4 - x$ $Y = 1.5x + 2$ $Y = -2.25 + 2x$ $Y = -x$ Con la gráfica aquí abajo: <ol style="list-style-type: none"> Escribe el sistema de ecuaciones. Identifica si son ecuaciones lineales, no lineales o inecuaciones. Si es posible, resuelve el sistema de ecuaciones algebraicamente. 	<p>Función y Parámetros</p> <ul style="list-style-type: none"> En esta lección, los estudiantes revisarán y practicarán el dominio y rango, y justificarán su pensamiento. (ver abajo) <p>Coordenadas-X</p> <ul style="list-style-type: none"> Entregue las siguientes funciones a la clase. Pida a los estudiantes que lo resuelvan de ambas maneras algebraica y gráficamente para determinar el valor x de igualdad resultante de las soluciones de ambas funciones. $f(x) = 3x - 2$ $g(x) = 2x - 1$ Tenga una discusión de clase sobre el porqué las coordenadas-x de los puntos donde las gráficas de las ecuaciones $y = f(x)$ y $y = g(x)$ se intersectan son la solución de la ecuación $f(x) = g(x)$.



Unidad Algebra II.2: Funciones lineales de dos variables y la regresión lineal
Matemáticas
5 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominio y Destrezas (El estudiante podrá...)	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
		<p>pueden representarse por medio de un sistema de ecuaciones e inecuaciones lineales. Interpretar la solución en términos del contexto del problema.</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe las características de funciones lineales. Trazar la gráfica de funciones lineales. Identificar e interpretar el dominio, alcance y los interceptos en los ejes, especialmente donde existen restricciones. Aplicar funciones 	<p>sus representaciones.</p> <ul style="list-style-type: none"> 	<p>siguiente sistema de desigualdades?</p> $y < \frac{1}{2}x + 4$ $y \geq -x + 1$ <p>a) (-5,3) b) (0,4) c) (3,-5) d) (4,0)</p> <p>Diario de reflexión</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Qué significa que un sistema de ecuaciones no tenga solución? Da un ejemplo. Describe dos formas de solucionar el siguiente sistema de ecuaciones: $Y = 3x + 6$ $Y = -4x + 1$ Luz le dijo a Stephanie que (1, 1) es la solución al sistema de desigualdades: $Y > 2x - 1$ y $3y < -x + 4$. ¿Por qué está incorrecta su respuesta? <p>Boleto de salida</p> <ul style="list-style-type: none"> Si se representa gráficamente un sistema de ecuaciones, ¿cómo podemos identificar la solución? ¿Cuál es la diferencia entre una ecuación y una inecuación? Dado un sistema de inecuaciones, ¿qué sabes 	



Unidad Algebra II.2: Funciones lineales de dos variables y la regresión lineal
Matemáticas
5 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominio y Destrezas (El estudiante podrá...)	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
		lineales para la solución de problemas.		sobre la solución? <i>Papelito de entrada (ejemplos rápidos)</i> <i>Concepto: función lineal</i> Use la información para orientar la clase del día en curso. <ul style="list-style-type: none"> • Explica una idea que recuerdes de la clase anterior. • Nombra una idea que no comprendiste de la tarea para hoy. • Explica que fue difícil (o fácil) de la tarea asignada para hoy. <i>Papelito de salida (ejemplos rápidos)</i> <i>Concepto: función lineal</i> <ul style="list-style-type: none"> • En la clase de hoy aprendí _____. • Hoy estuve confundido con _____. 	
Vocabulario de Contenido					
<ul style="list-style-type: none"> • Coeficiente • Correlación positiva • Correlación negativa • Diagrama de dispersión • Valores extremos • frecuencia 	<ul style="list-style-type: none"> • Tendencia • Gráfica de dispersión • Interpolación • Causalidad • Relación • Función (f(x)) • Domino • Rango • Gráfica • Sistema de ecuaciones lineales 				

ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)



Unidad Algebra II.2: Funciones lineales de dos variables y la regresión lineal
Matemáticas
5 semanas de instrucción

Conexiones a la literatura sugeridas

- **Martin Plimmer**
 - *Más allá de la coincidencia*
- **Juan Carlos Arce**
 - *El matemático del rey*
- **Marcus Du Sautoy**
 - *La música de los números primos: El enigma de un problema matemático abierto*
- **Eli Maor**
 - *Trigonometric Delights*
- **Teri Perl**
 - *Women and Numbers*
- **Theoni Pappas**
 - *The Joy of Mathematics*

Recursos adicionales

- Muchas de las preguntas de ejemplo para tarea o prueba corta se tomaron de: http://www.math.sunysb.edu/~preston/mat517/projects/Cutrone_Heinssen.pdf
- La Actividad de Correlación y Causalidad se tomaron de http://www.michigan.gov/documents/mde/Math_HSCE_9-15-09_292342_7.pdf
- Este sitio web repasa la resolución de sistemas de ecuaciones algebraicas para el maestro: http://www.mathwarehouse.com/algebra/linear_equation/systems-of-equation/index.php
- Este sitio web repasa la resolución de sistemas de inecuaciones para el maestro: <http://www.purplemath.com/modules/syslneq.htm>.



Unidad Algebra II.2: Funciones lineales de dos variables y la regresión lineal
Matemáticas
5 semanas de instrucción

Tareas de desempeño

Nota: Utilice los documentos: 1) estrategias de educación diferenciada para estudiantes del Programa de Educación Especial o Rehabilitación Vocacional y 2) estrategias de educación diferenciada para estudiantes del Programa de Limitaciones Lingüísticas en Español e inmigrantes (Titulo III) para adaptar las actividades, tareas de desempeño y otras evidencias para los estudiantes de estos subgrupos.

Laboratorio Hula Hoop

- Los estudiantes recolectarán datos de la clase y encontrarán la línea de mejor ajuste. El maestro necesitará un Hula Hoop, un área de espacio y un temporizador. Los estudiantes se agarrarán las manos y tratarán de mover el hula hoop hacia distintas personas sin soltarse las manos. (ver anejo: "AL2. Tarea de desempeño- Laboratorio Hula Hoop")

Rúbrica:

- Experto: Los estudiantes encuentran la línea de mejor ajuste con 100 % de precisión y son capaces de predecir ambos, el tiempo y el número de estudiantes al final con 100% de precisión.
- Competente: Los estudiantes encuentran la línea de mejor ajuste con 100 % de precisión, pero son solamente capaces de predecir ambos, el tiempo y el número de estudiantes al final con un 80% de precisión.
- Básico: Los estudiantes tienen dificultad de encontrar la línea de mejor ajuste y les cuesta predecir ambas el tiempo y el número de estudiantes al final con menos de un 80% de precisión.



Unidad Algebra II.2: Funciones lineales de dos variables y la regresión lineal

Matemáticas

5 semanas de instrucción

Actividades de aprendizaje sugeridas

Marca el punto X

- En esta actividad de recolección de datos, los estudiantes experimentaran poniendo manos a la obra la introducción a las variaciones directas.
 1. Diga a los estudiantes que empiecen haciendo varias "X" en una hoja en blanco /libreta mientras usted toma el tiempo por 5 segundos.
 2. Pídales que cuenten la cantidad de "X" que hicieron en cinco segundos.
 3. Instrúyalos a registrar sus cuentas individuales en una tabla, siendo la primera columna el número de X. Dígales que hagan la predicción de cuantas "X" pueden hacer en 10 segundos y 20 segundos.
 4. Repita el procedimiento de recolección de datos por intervalos de 10, 15, 20, 25 y 30-segundos.
 5. Pida a los estudiantes que grafiquen los datos.
- Inicie una discusión de esta manera:
 1. ¿Por qué la actividad de hoy produjo datos con una relación entre variables parecida a la lineal? *Toma aproximadamente la misma cantidad de tiempo hacer cada "X" y hay una tasa de cambio constante aproximada.*
 2. ¿Las gráficas de todos se ven iguales? ¿Lineales? *Posiblemente los estudiantes han usado distintos intervalos, además tienen diferentes niveles de habilidades o velocidades al hacer las "X". Es posible que no todos los datos sean perfectamente lineales.*
 3. ¿Qué factores podrían haber contribuido a que los datos no sean perfectamente lineales? *Posiblemente los factores incluyan una mano cansada y error humano a la hora de tomar el tiempo.*
 4. Esta actividad no solamente produjo algo como resultados lineales, produjo una variación directa. ¿Por qué? *Los datos fijan constante el punto (0,0) -- (0 segundos, 0 "X").* Recolecte datos para modelar una variación inversa y siga el mismo procedimiento. (Actividad adaptada por el Departamento de Educación de Ohio)

¿Correlación o Causalidad?

- Para revisar la correlación, escriba los siguientes escenarios en la pizarra para que la clase los discuta. Determine si los escenarios tienen una correlación positiva, negativa o de cero.
 1. Lluvia y asistencia a los juegos de futbol. (negativa)
 2. El año de un carro y su valor. (negativa)
 3. Duración de la educación y ganancias anuales. (positiva)
 4. La puntuación promedio de ACT y el GPA Universitario (positiva)
 5. La habilidad de ver en la oscuridad y la cantidad de manzanas comidas. (cero)
 6. Millas conducidas y la cantidad de combustible consumido. (positiva)
 7. La cantidad de cigarrillos fumados y el incidente de cáncer de pulmón (positiva)



Unidad Algebra II.2: Funciones lineales de dos variables y la regresión lineal

Matemáticas

5 semanas de instrucción

- Informe a los estudiantes de que el hecho de que haya una alta correlación no implica causalidad. Muestre este ejemplo: Un estudio de escuela elemental con niños de edades de 6 a 11 años, encuentra una alta correlación positiva de la talla de zapatos y las puntuaciones en el IQ. ¿Tiene sentido decir que el que tenga el la talla de zapato más grande le causa un IQ mayor? O, ¿un IQ alto causa el tener una talla de zapato grande? ¿Qué explicaría esta correlación? Los estudiantes deben justificar su razonamiento como clase.
- Pida a los estudiantes que determinen las diferencias entre correlación y causalidad al explicar estos pares de variables fuertemente asociados.

a. Usar un audífono	a. Morir en los siguiente diez años
b. La cantidad de leche que toma una persona.	b. La fuerza en los huesos de una persona
c. La cantidad de dinero que una persona gana.	c. En número de años que una persona asistió a la escuela
d. La capacidad del gimnasio de basquetbol de una escuela de pueblo.	d. Número de iglesias (o bares) en el mismo pueblo

Valores Extremos

- Muestre a los estudiantes un conjunto de datos que incluya valores extremos. Ellos deben identificar si hay valores que no encajan con el resto de los datos y justificar por qué no encajan. Calcularán las regresiones lineales de ambas maneras con y sin los valores extremos y harán observaciones de cómo estos valores afectan la línea de mejor ajuste.
- Organizador Gráfico de Correlaciones: Después que la discusión en clase sobre definición de la correlación, presente ejemplos a los estudiantes para que determinen la fuerza de la correlación. Ellos crearán un organizador grafico identificando los tipos de correlaciones posibles entre dos variables, resumiendo la importancia de la información y ejemplos para cada tipo de correlación. Los estudiantes crearán una tabla con una columna de tipos de correlaciones, otra columna describiendo cada tipo de correlación, y una columna final con ilustraciones para cada correlación.

Inecuaciones Lineales

- Los estudiantes resolverán inecuaciones lineales y graficarán la solución en el plano cartesiano. Discuta para asegurarse que ellos han entendido la inecuación lineal antes de entrar a los sistemas.
$$2x - 3y \leq 12$$
$$x + 5y \leq 20$$
$$x > 0$$
- Pida a los estudiantes que grafiquen cada inecuación individualmente en el plano y que sombreen cada área de solución con un lápiz de distinto color. Deben identificar el área común, si la hubiese. Pida a los estudiantes que trabajen en parejas para graficar un conjunto de tres o más inecuaciones e identificar el área de solución. Discuta como el solucionar un sistema de inecuaciones es lo mismo/diferente que un sistema de ecuaciones. Pregunte al grupo, “¿Cuándo no hay solución para un sistema de ecuaciones o inecuaciones?” Los estudiantes deberán discutirlo y encontrar un ejemplo del mundo real.



Unidad Algebra II.2: Funciones lineales de dos variables y la regresión lineal
Matemáticas
5 semanas de instrucción

Ejemplos para planes de la lección

Funciones y Parámetros

- En esta lección, los estudiantes practicarán y repasarán el dominio y el rango. Si es posible, para esta actividad vaya a <http://www.geogebraTube.org/material/show/id/14094> y enseñe a los estudiantes como usar la característica gráfica. Seguido, permítales trabajar en la práctica con la hoja de dominio. (ver anejo: “AL.2 Actividad de aprendizaje – Práctica con Dominio, Rango y Funciones”) Finalmente, discutirán las relaciones en contexto y encontrarán los parámetros de las funciones.

(+)Matrices Elementales

- Introducción:
- Introduzca la lección al pedirle a los estudiantes que pongan datos en la tabla. Estos datos podrían venir de una encuesta en clase. El grupo de cantantes favorito por género de estudiante

	SG1	SG2	SG3
Hombres			
Mujeres			

- Practica y Aplicación:
 - Discuta la localización de cada punto de dato al referirse a la fila y columna en que está ubicada ($x_{r \times c}$).
 - Agrupe a los estudiantes y pida a cada grupo que creen una matriz de datos que tenga cuatro filas y tres columnas. Use el formato de matriz []. Note que no hay etiquetas en las matrices.
 - Muestre a los estudiantes el formato matemático correcto para nombrar las matrices.
 - Discuta con los estudiantes el tema de duplicar cantidades en cada una de sus matrices. Cada grupo creará un escenario en el cual duplicar hace sentido. Pregunte a los estudiantes como afectaría los elementos de la matriz el duplicar. Enséñeles el formato matemático correcto para indicar multiplicación escalara.
 - Discuta con loes estudiantes el sumar y restar matrices. Cada grupo creará un escenario en el cual deben sumar o restar dos matrices (por ejemplo combinar datos de hombres y mujeres en dos clases distintas). Pregúnteles de qué manera la suma y la resta afectarán los elementos de la matriz.
 - Pida a los estudiantes que practiquen sumando y restando matrices de 2X2 y 3X3.